

Dissipação por maré em Saturno e o impacto na expansão orbital de Mimas

Karyna Gimenez de Mattos Coelho¹ e Adrián Rodríguez Colucci¹

Email: kcoelho@astro.ufrj.br / adrian@astro.ufrj.br

¹Observatório do Valongo- Universidade Federal do Rio de Janeiro



Métodos e Objetivos

- Mimas encontra-se em ressonância 4:2 com Tethys, e com outros três satélites pequenos próximos a ele: Aegaeon, Methone e Anthe. Essa configuração ressonante trouxe algumas dúvidas e incertezas sobre a migração de Mimas.
- Utilizamos a teoria *creep* para analisar a maré em Mimas e a teoria clássica para a maré em Saturno. Comparamos ambas as marés afim de concluir qual é dominante.
- Consideramos Saturno como um corpo de duas camadas e comparamos as dissipações em ambas.
- Analisamos como a razão $\frac{k_2}{Q}$ varia no tempo.
- Em todas as análises integramos as equações médias em uma escala de tempo de $t \sim 10^8$ anos

Clássica- Para maré em Saturno

$$\dot{n} = -\frac{9}{2} \frac{n^2 m R^5}{M a^5} \frac{k_2}{Q} \left(1 + \frac{51}{4} e^2\right) \quad (1)$$

$$\dot{a} = -\frac{2a\dot{n}}{3n} \quad (2)$$

$$\dot{e} = \frac{57}{8} \frac{n e m R^5}{M a^5} \frac{k_2}{Q} \quad (3)$$

Creep- Para maré em Mimas

$$\langle \dot{e} \rangle = \frac{-21r^2 \bar{\epsilon}_p e(1-e^2)}{5a^2} \frac{n^2 \gamma}{n^2 + \gamma^2} \quad (4)$$

$$\langle \dot{a} \rangle = \frac{-42r^2 \bar{\epsilon}_p e^2}{5a} \frac{n^2 \gamma}{n^2 + \gamma^2} \quad (5)$$

$$\bar{\epsilon}_p = \frac{15M}{4m} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \quad ; \quad \gamma \simeq \frac{3gm}{8\pi r^2 \eta} \quad (6)$$

Dissipação em Saturno

- Planetas gigantes gasosos, como Saturno, têm um núcleo viscoelástico e um envelope gasoso, portanto, consideramos Saturno como um corpo de duas camadas.
- Na figura ao lado temos Saturno sendo representado como um planeta de duas camadas de massa M_S e raio R_S e perturbado por Mimas, que pode ser considerado um ponto de massa de massa M_m orbitando o planeta com um movimento médio n . O núcleo sólido de raio R_c , densidade ρ_c viscosidade η e rigidez μ é cercado por um envelope de fluido convectivo de densidade ρ_0 .

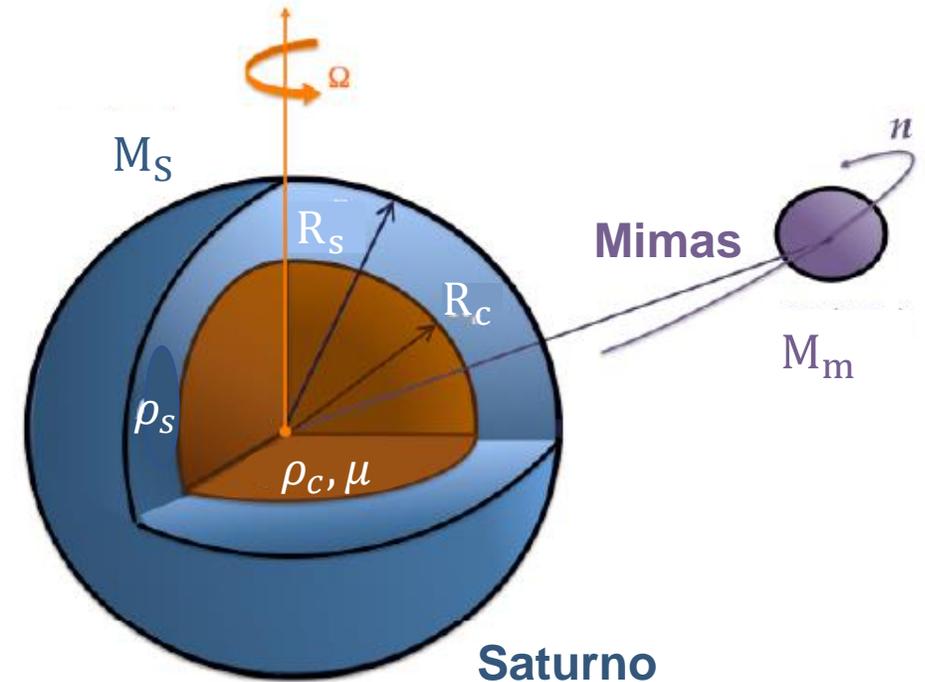


Ilustração de Saturno como um planeta de duas camadas sendo perturbado pelo satélite Mimas. Crédito: Guenel et. al (2014)

Dissipação em Saturno

Dissipação no envelope

Ressonance locking

- Considera-se uma equação para $Q(t)$, mostrada na equação (4), que depende diretamente do semi-eixo do satélite.

$$Q(t) = \frac{3k_2}{B} \frac{G^{1/2} M_{Mimas} R_S^5}{M_S^{1/2}} \frac{t_0}{a_0^{1/B}} a^{-\frac{13}{2} + 1/B} \quad (7)$$

Tidal dissipation reservoir (TDR)

- A equação para a razão $\frac{k_2}{Q}$, vista na equação (5), depende apenas dos parâmetros internos do corpo, portando Q é constante.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \text{Im}[k_2^2(\omega)] \frac{d\omega}{\omega} = \frac{100\pi}{63} \epsilon^2 \frac{\left(\frac{R_c}{R_S}\right)^5}{1 - \left(\frac{R_c}{R_S}\right)^5} \times \left[1 + \frac{1 - \rho_0/\rho_c}{\rho_0/\rho_c} \left(\frac{R_c}{R_S}\right)^3\right] \left[1 + \frac{5}{2} \frac{1 - \rho_0/\rho_c}{\rho_0/\rho_c} \left(\frac{R_c}{R_S}\right)^3\right]^{-2} \quad (8)$$

$$\epsilon^2 = \left(\frac{\Omega}{GM_S/R_S^3}\right)^2 \quad (9)$$

Dissipação em Saturno

Dissipação no núcleo

- A influência do envelope é descartada nesse modelo.
- Aqui, o fator Q evolui temporalmente.
- A viscosidade é um parâmetro fundamental para analisar a dissipação de energia no núcleo de Saturno.
- Usamos três valores distintos para viscosidade:
 $\eta_1 = 5 \times 10^{13} \text{ Pa.s}$, $\eta_2 = 10^{14} \text{ Pa.s}$ e $\eta_3 = 10^{15} \text{ Pa.s}$ e para a rigidez usamos $\mu = 5 \times 10^{11} \text{ Pa}$.

$$\tilde{k}_{2s} = \frac{3\tilde{\epsilon} + \frac{2}{3}\beta}{2\alpha\tilde{\epsilon} - \beta} \quad (10)$$

onde

$$\alpha = 1 + \frac{5}{2} \left(\frac{\rho_c}{\rho_0} - 1 \right) \left(\frac{R_c}{R_s} \right)^3 \quad (11)$$

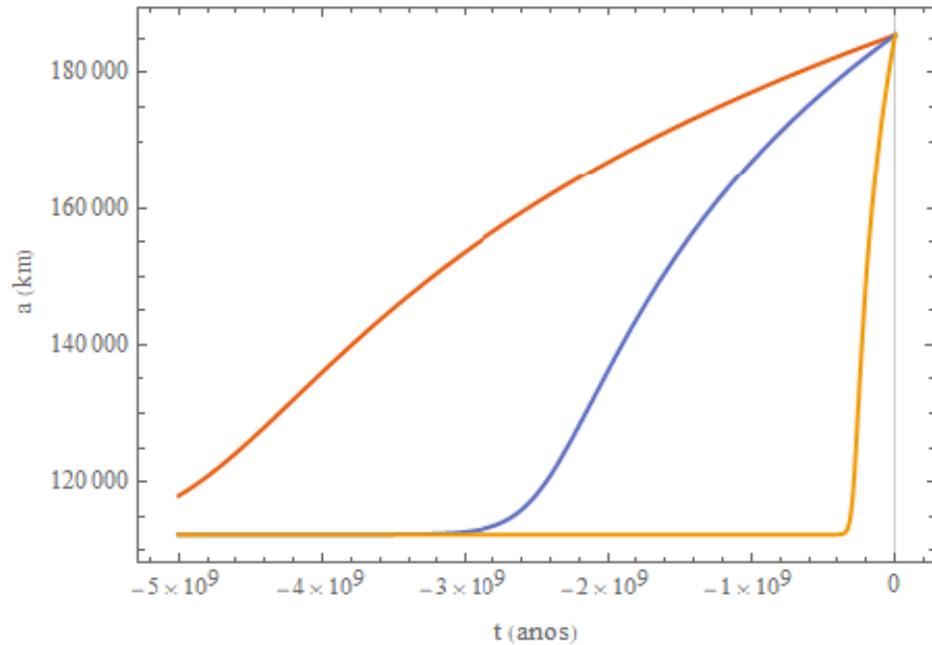
$$\beta = \frac{3}{5} \left(\frac{R_c}{R_s} \right)^2 (\alpha - 1) \quad (12)$$

$$\tilde{\epsilon} = \frac{\frac{19\tilde{\mu}_c}{2\rho_c g_c R_c} + \frac{\rho_0}{\rho_c} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_c}\right) \left(\beta + \frac{3}{2}\right) + \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_c}\right)}{\left(\alpha + \frac{3}{2}\right) \frac{\rho_0}{\rho_c} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_c}\right)} \quad (13)$$

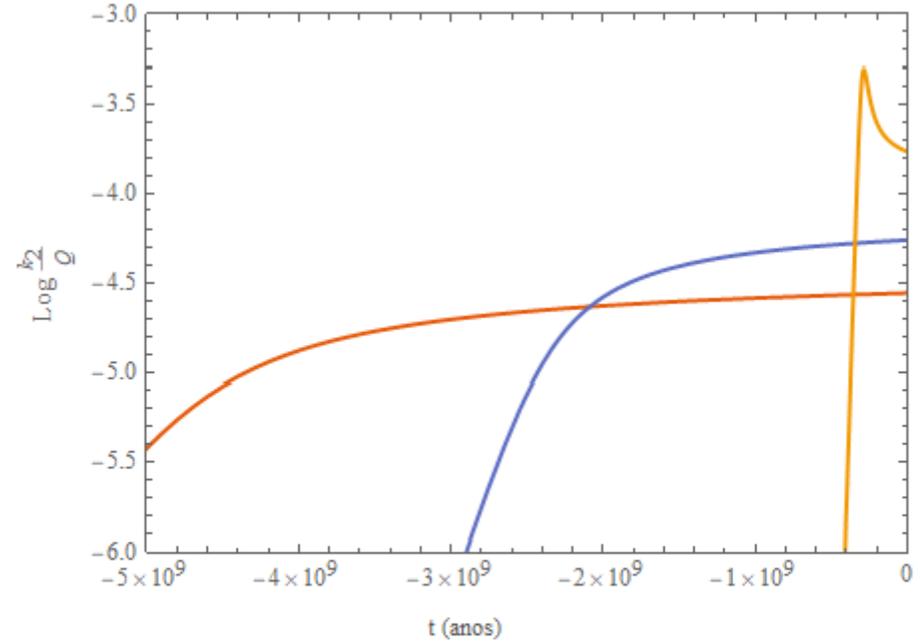
$$\tilde{\mu}_c = \frac{\omega_f \mu \eta}{\omega_f \eta + i\mu} \quad (14)$$

Resultados e Conclusões

Dissipação no núcleo



— $\eta_1 = 5 \times 10^{13}$ — $\eta_2 = 10^{14}$
— $\eta_3 = 10^{15}$

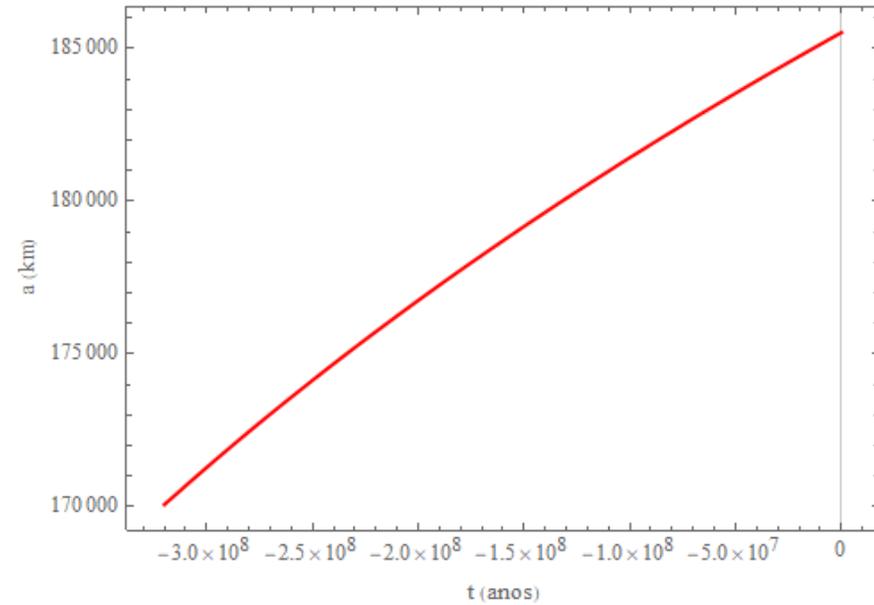
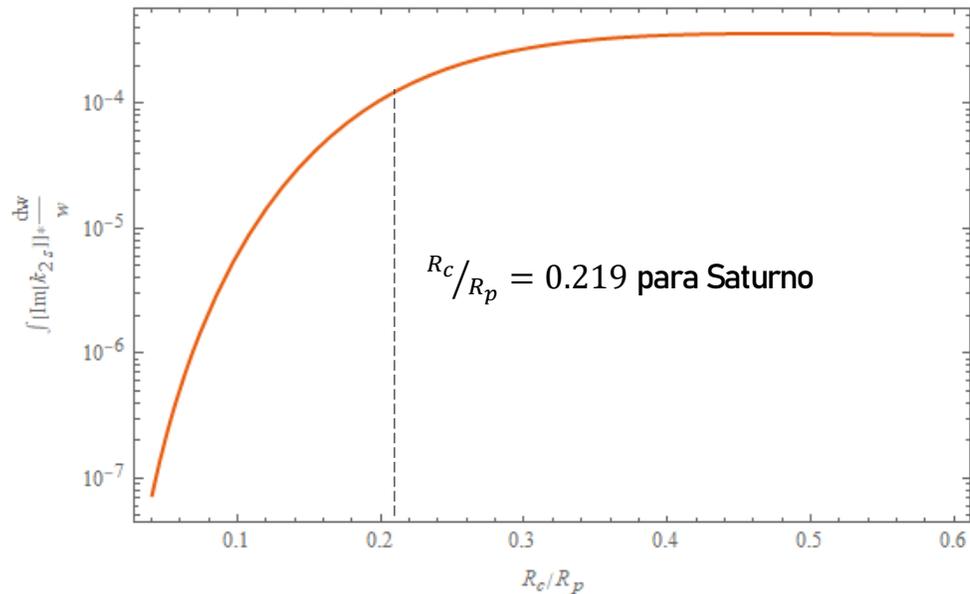


— $\eta_1 = 5 \times 10^{13}$ — $\eta_2 = 10^{14}$
— $\eta_3 = 10^{15}$

Quanto maior a viscosidade, mais rápida será a variação do semi-eixo e da razão $\frac{k_2}{Q}$

Resultados e Conclusões

Dissipação no envelope- TDR



$R_S = 9.14 \times R_T$	$5.82309 \times 10^7 \text{ m}$
$M_S = 95.159 \times M_T$	$5.68442 \times 10^{26} \text{ kg}$
$R_C = 0.219 \times R_S$	$1.27526 \times 10^7 \text{ m}$
$M_C = 18.65 \times M_T$	$1.11408 \times 10^{26} \text{ kg}$

$$Q_{TDR} = 2713.07$$

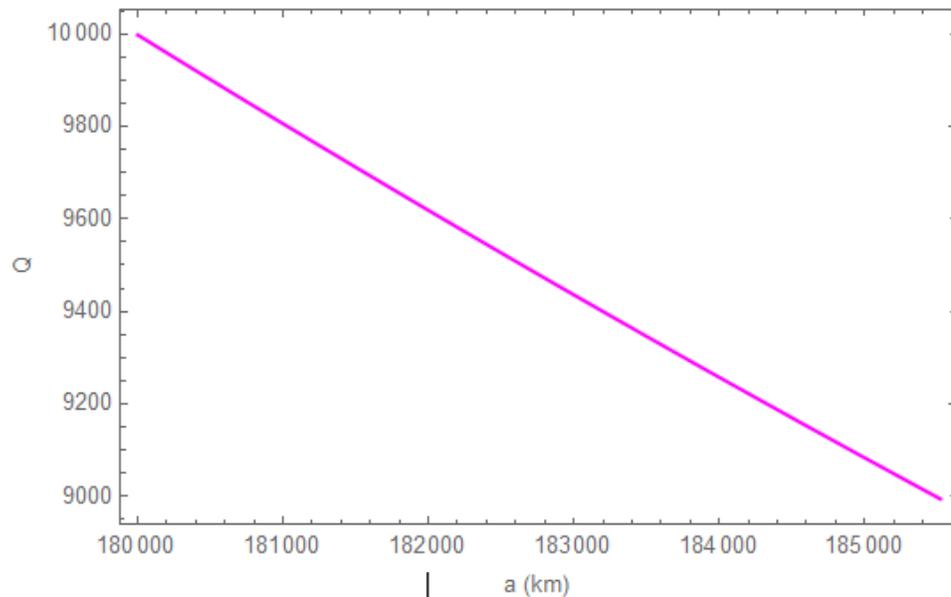


Q_{TDR} apresenta um valor da ordem $\sim 10^3$

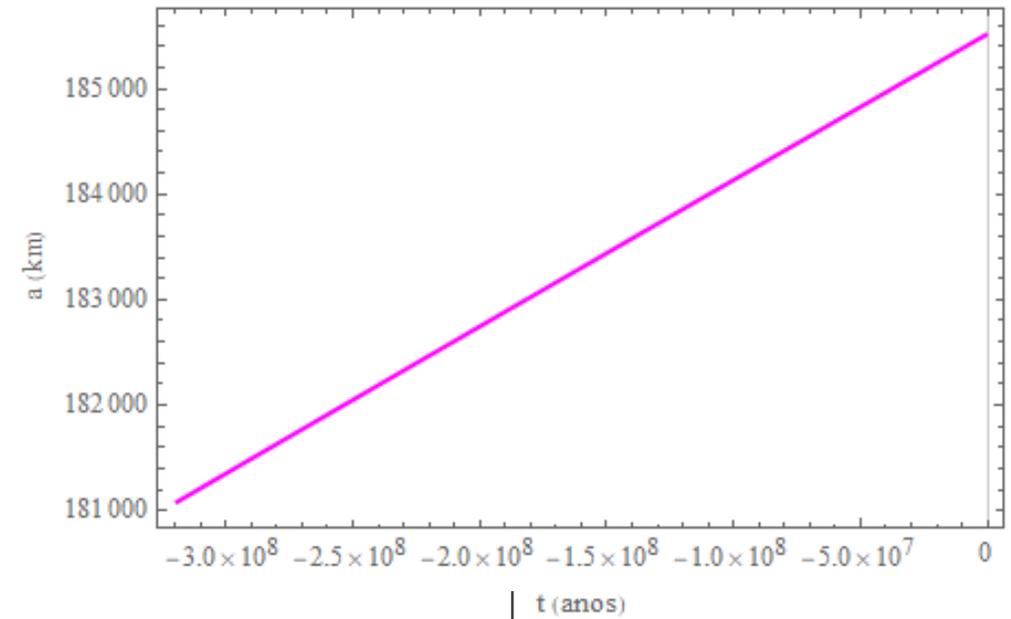
Resultados e Conclusões

Dissipação no envelope- Ressonance Locking

Consideramos $t_0 = 4.5 \times 10^9$ anos, $B = \frac{1}{3}$ e $k_2 = 0.382$.



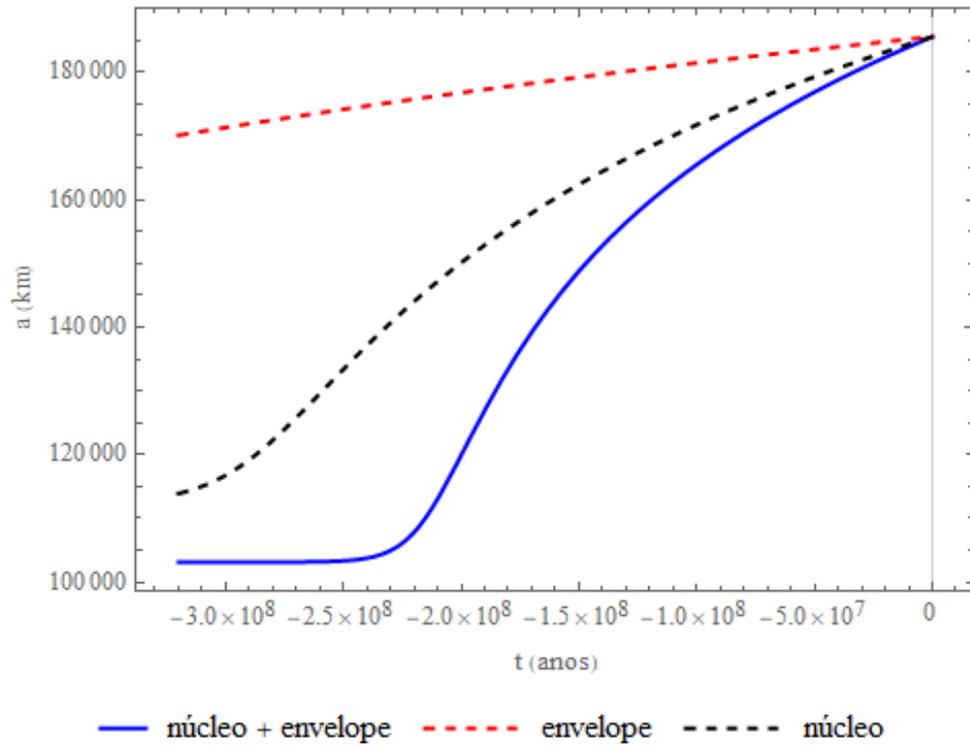
$Q_{RL} \sim 9000$ para o semi-eixo atual de Mimas



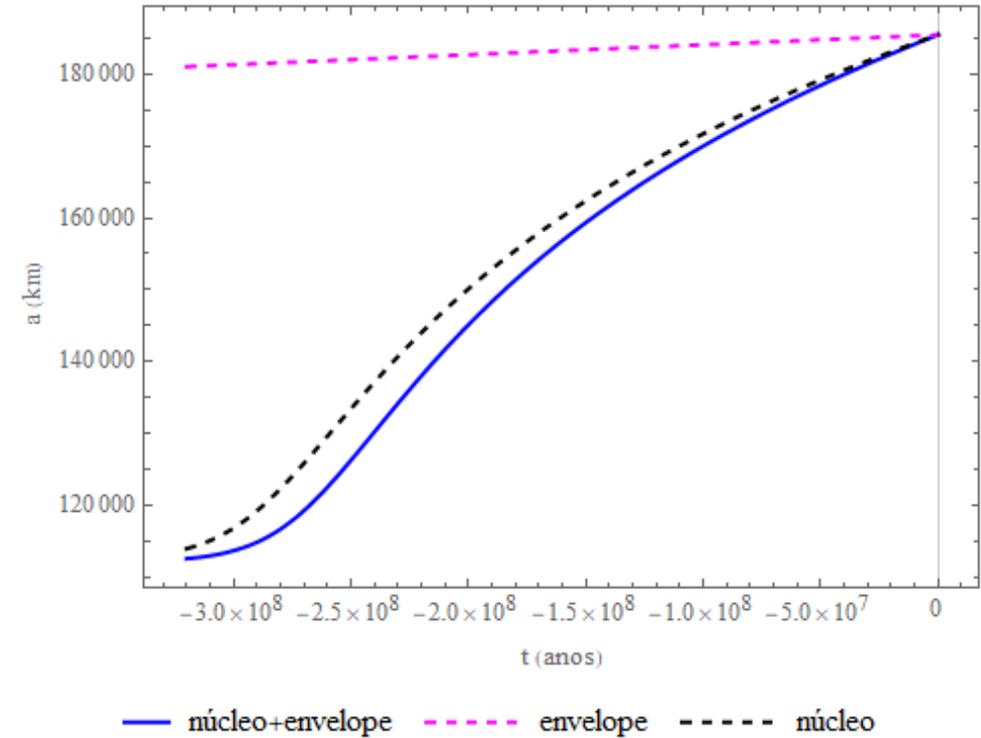
Dissipa menos energia que o modelo TDR: $Q_{RL} > Q_{TDR}$
Lembrando que: $\uparrow Q \downarrow \dot{a} \downarrow \dot{E}$

Resultados e Conclusões

TDR



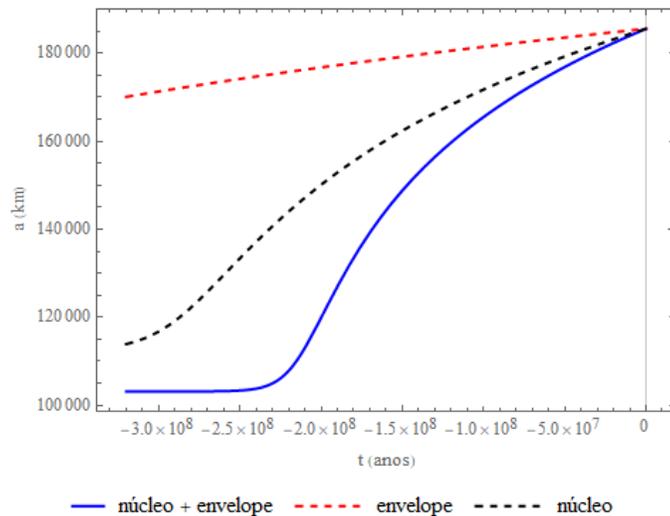
Ressonance locking



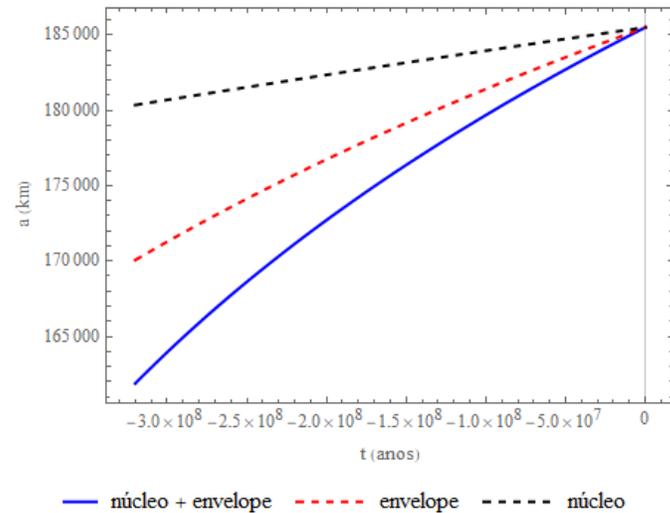
Para $\eta_3 = 10^{15} Pa.s$, a dissipação no núcleo é dominante em ambos os modelos

Resultados e Conclusões

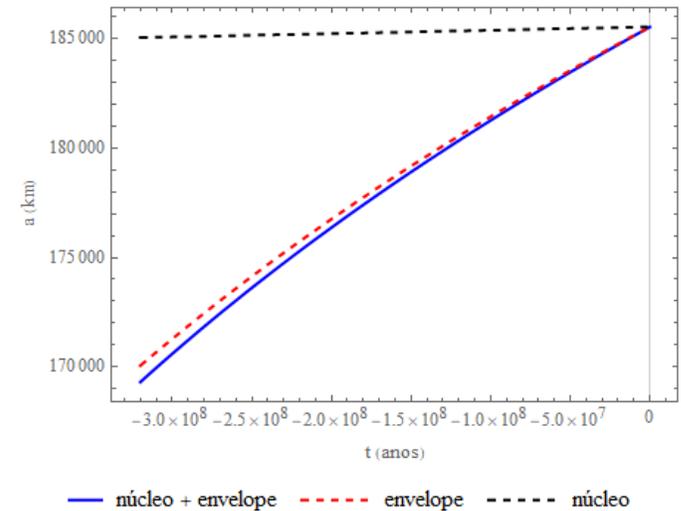
Comparando as contribuições- Modelo TDR



$$\eta_3 = 10^{15} Pa.s$$



$$\eta_2 = 10^{14} Pa.s$$



$$\eta_1 = 10^{13} Pa.s$$

Conforme a viscosidade diminui, a dissipação do núcleo torna-se menos dominante. Para baixas viscosidade o envelope domina a evolução orbital de Mimas.

Referências

- Ferraz-Mello, S., Rodríguez, A. & Hussmann, H. Tidal friction in close-in satellites and exoplanets: The Darwin theory re-visited. *Celest Mech Dyn Astr* **101**, 171–201 (2008). <https://doi.org/10.1007/s10569-008-9133-x>
- Ferraz-Mello, S., Folonier, H. & Andrade-Ines, Eduardo. (2018). Tidal synchronization of close-in satellites and exoplanets. III. Tidal dissipation revisited and application to Enceladus. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. **130**. 10.1007/s10569-018-9872-2.
- Shoji, Daigo & Hussmann, H. (2016). Frequency-dependent tidal dissipation in a viscoelastic Saturnian core and expansion of Mimas' semi-major axis. *Astronomy and Astrophysics*. **599**. 10.1051/0004-6361/201630230.
- Guenel, Mathieu & Mathis, Stéphane & Remus, Françoise. (2014). Unravelling tidal dissipation in gaseous giant planets. *Astronomy & Astrophysics*. **566**. 10.1051/0004-6361/201424010.
- Lainey, Valery & Casajus, Luis & Fuller, Jim & Zannoni, Marco & Tortora, Paolo & Cooper, Nicholas & Murray, Carl & Modenini, Dario & Park, Ryan & Robert, Vincent & Zhang, Qingfeng. (2020). Resonance locking in giant planets indicated by the rapid orbital expansion of Titan. *Nature Astronomy*. **4**. 1-6. 10.1038/s41550-020-1120-5.

Agradecimentos

