

Mecánica Celeste

Práctico 1: Unidad I y Problema de dos cuerpos

Curso 2025

25 de marzo – Entrega: 8 de abril

1. Un objeto de masa insignificante se aproxima al Sol desde el infinito con una velocidad v . Determine qué tipo de cónica describe en su aproximación e indique el semieje mayor de su órbita.
2. Demuestre que para una órbita en el campo de fuerza μ/r^2 las distancias a los ápsides se obtienen de las raíces de $2Cr^2 + 2\mu r - h^2 = 0$.
3. Un cuerpo describe una elipse de excentricidad e bajo la acción de una fuerza newtoniana en la dirección del foco. Al pasar por el pericentro, el centro de fuerza es transferido al otro foco. Probar que la excentricidad de la órbita es:

$$\frac{e(3 + e)}{(1 - e)}.$$

4. Las altitudes máxima y mínima sobre la superficie de la Tierra de la Estación Espacial Internacional son $h_{max} = 350$ km y $h_{min} = 330$ km. Encuentre la razón de las velocidades de la Estación en el pericentro y el apocentro. Determine el semieje mayor, la excentricidad y el período orbital de la misma, asumiendo que la Tierra es una esfera perfecta con radio $R_{\oplus} = 6373$ km.
5. Encuentre el valor de k cuando las unidades de longitud, masa y tiempo son la unidad astronómica, la masa del Sol y el año sidéreo. Si en cambio ahora se toma $k = 1$, cual de las tres unidades (longitud, masa o tiempo) sería más conveniente modificar y que valor adquiere.
6. Para el caso anterior la unidad de tiempo es alterada de manera tal que k tome el valor unitario, encuentre cual es la nueva unidad de tiempo.
7. Una nave espacial se mueve en una órbita elíptica de período T alrededor del Sol (M_{\odot} = masa del Sol). En un instante se encienden los motores de modo que la velocidad lineal v se incrementa en $\Delta v \ll 1$. Muestre que el consecuente cambio en el período orbital ΔT es aproximadamente:

$$\Delta T = \frac{3vT^{5/3}\Delta v}{(2\pi k^2 M_{\odot})^{2/3}}.$$